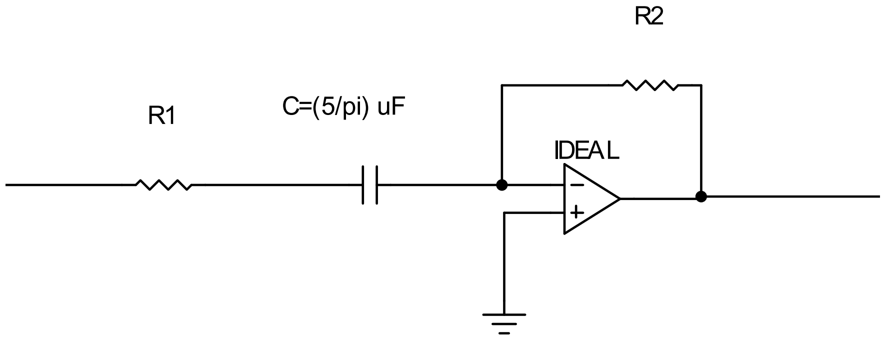
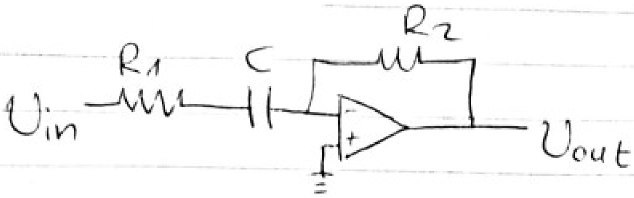
ΑΣΚΗΣΗ 1

Στο ακόλουθο κύκλωμα ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός και η τιμή του πυκνωτή είναι (5/π) μF. Το μέγιστο κέρδος του κυκλώματος είναι 40dB και η συχνότητα αποκοπής είναι 1 KHz. Να βρεθούν οι αντιστάσεις R1 και R2. **(B.A. 15)**



(2A)



$C = \frac{5}{\pi}\,\mu F$

$G_{max} = 40dB = 100$

$f_c = 1KHz$

$$\frac{V_{in}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{-V_{out}}{R_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_2 j\omega C}{1 + j\omega R_1 C} \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{\frac{R_2}{R_1} j\omega C R_1}{1 + j\omega R_1 C}$$

$$G = \frac{\frac{R_2}{R_1}\omega R_1 C}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C)^2}}$$

$f \to 0 : G = 0$

$f \to \infty : G = \frac{R_2}{R_1}$

$G_{max} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \boxed{\frac{R_2}{R_1} = 100}$

$$f \to f_c : \frac{\cancel{\frac{R_2}{R_1}}\omega_c R_1 C}{\sqrt{1 + (\omega_c R_1 C)^2}} = \frac{\cancel{\frac{R_2}{R_1}}}{\sqrt{2}} \Rightarrow 2(\omega_c R_1 C)^2 = 1 + (\omega_c R_1 C)^2$$

$$\Rightarrow \omega_c R_1 C = 1 \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{R_1 C} \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C} \cancel{\Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi R_1}}$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{1}{2\pi C f_c} \Rightarrow R_1 = \frac{1}{2\cancel{\pi} \cdot \frac{5}{\cancel{\pi}} \cdot 10^{-6} \, 10^3} \Rightarrow \boxed{R_1 = 100\,\Omega}$$

$$\boxed{R_2 = 10K\Omega}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Ερώτημα Α (Β.Α. 25)

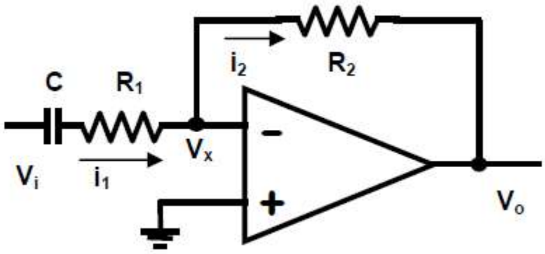
Δίνεται το κύκλωμα του διπλανού σχήματος. Δίνεται C=0,16μF. Ο τελεστικός ενισχυτής θεωρείται ιδανικός.

α) Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς, και το μέτρο αυτής συναρτήσει των f, R_1, R_2, C. **(Β.Α. 5)**

β) Να βρεθούν οι τιμές των R_1 και R_2 έτσι ώστε η συχνότητα αποκοπής να είναι 10 KHz και το μέγιστο κέρδος να είναι 20 dB. **(Β.Α. 10).**

γ) Να βρεθεί η συχνότητα του σήματος το οποίο στην έξοδο υποβιβάζεται κατά 10dB. Πόσα dB εξασθένηση έχει το σήμα της ΔΕΗ; **(Β.Α. 5)**

δ) Να σχεδιαστεί η απόκριση συχνότητας για το κέρδος του κυκλώματος. **(Β.Α. 5)**



Απάντηση

α) Εφόσον ο τελεστικός ενισχυτής είναι ιδανικός, $i_1 = i_2$ και V_x=0V.

$$\frac{V_x - V_i}{Z_C + R_1} = \frac{V_o - V_x}{R_2} \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = -\frac{j\omega CR_2}{1 + j\omega CR_1} = -\frac{j2\pi fCR_2}{1 + j2\pi fCR_1} \text{ και } \left|\frac{V_o}{V_i}\right| = \frac{\omega CR_2}{\sqrt{1+(\omega CR_1)^2}} = \frac{2\pi fCR_2}{\sqrt{1+(2\pi fCR_1)^2}}.$$

β) $20\text{dB} = 20\log x \Rightarrow x = 10$

Για ω=0 είναι $\left|\frac{V_o}{V_i}\right| = 0$. Για ω=$\infty$, διαιρώ και αριθμητή και παρονομαστή με ω και $\left|\frac{V_o}{V_i}\right| = \frac{CR_2}{\sqrt{\frac{1}{\omega^2} + (CR_1)^2}} = \frac{R_2}{R_1}$.

Το φίλτρο είναι υψιπερατό με κέρδος υψηλών συχνοτήτων $G_0 = \frac{R_2}{R_1}$.

Η συχνότητα αποκοπής συμβαίνει όταν

$$\frac{\frac{R_2}{R_1}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega_c CR_2}{\sqrt{1+(\omega_c CR_1)^2}} \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{R_1 C}.$$

Άρα $\left|\frac{V_o}{V_i}\right| = \frac{\omega CR_2}{\sqrt{1+(\omega CR_1)^2}} = \frac{\frac{\omega}{\omega_c}G_0}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} = \frac{\frac{f}{f_c}G_0}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}$, όπου

$G_0 = \frac{R_2}{R_1}$ και $f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C}$

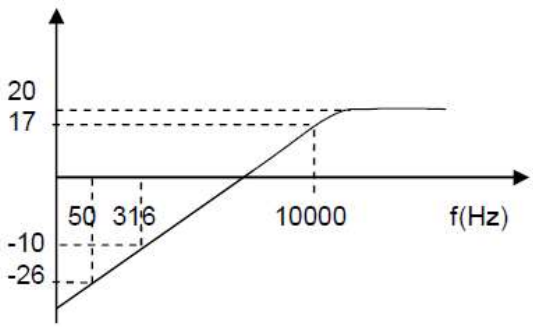
$\frac{1}{2\pi R_1 C} = 10^4 \Rightarrow R_1 = \frac{1}{2\pi 10^4 \cdot 0{,}16 \cdot 10^{-6}} = 100\Omega$ και

$\frac{R_2}{R_1} = 10 \Rightarrow R_2 = 1\text{K}\Omega$

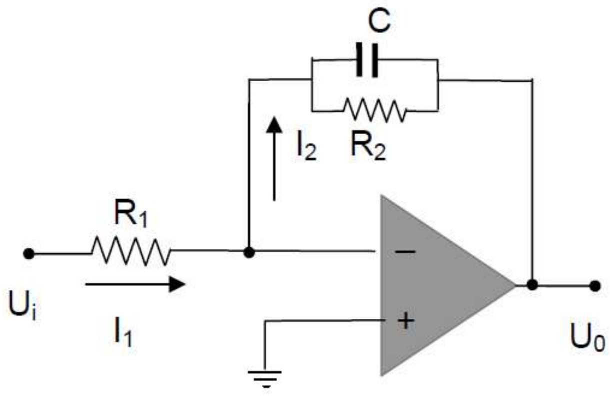
γ) $20\log\left|\frac{V_o}{V_i}\right| = -10 \Rightarrow 20\log\left(\frac{\frac{f}{10000}10}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{10000}\right)^2}}\right) = -10 \Rightarrow f = 316\text{Hz}$.

Στα 50 Hz, το κέρδος θα είναι $20\log\left(\frac{\frac{50}{10000}10}{\sqrt{1+\left(\frac{50}{10000}\right)^2}}\right) = 20\log\left(\frac{0.05}{\sqrt{1+(0.005)^2}}\right) = -26\text{dB}$

δ)



ΑΣΚΗΣΗ 3



Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος. Ο τελεστικός ενισχυτής θεωρείται ιδανικός.

Ερώτημα Α (Β.Α. 20)
Δεδομένου ότι R_1=100Ω, να επιλεγούν οι τιμές των υπόλοιπων παθητικών στοιχείων του κυκλώματος ώστε το μέγιστο κέρδος του κυκλώματος να είναι 40 dB και η συχνότητα αποκοπής 160KHz. Να σχεδιαστεί το διάγραμμα Bode (Μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς) όπου να εμφανίζονται τα σημεία για f=1,6MHz, 3,2MHz και 64MHz

Ερώτημα Β (Β.Α. 5)

Να βρεθεί η απόκριση του κυκλώματος του ερωτήματος Α για είσοδο:
(i) ημιτονικό σήμα πλάτους 1mV και περιόδου 6,28 μs
(ii) τετραγωνικό παλμό με V_{pp}=1V και περιόδου 312,5 ns

Ερώτημα Γ (Β.Α. 5)

Θεωρήστε δύο ενεργά φίλτρα, συνδεδεμένα σε σειρά, το ένα βαθυπερατό και το άλλο υψιπερατό. Το μέγιστο κέρδος του καθενός είναι 10dB. Οι συχνότητες αποκοπής τους είναι 1KHz και 10MHz, αλλά δεν γνωρίζουμε ποια συχνότητα αντιστοιχεί σε ποιο φίλτρο.
(α) Εάν το συνολικό κύκλωμα λειτουργεί ως ζωνοπερατό φίλτρο, να δώσετε τη συχνότητα αποκοπής του βαθυπερατού φίλτρου και τη συχνότητα αποκοπής του υψιπερατού φίλτρου.
(β) Έστω σήμα εισόδου 10dBm και συχνότητας 100KHz. Να βρεθεί η ισχύς και η συχνότητα του σήματος εξόδου.

Ερώτημα Α (Β.Α. 20)

$$I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{0-U_i}{R_1} = \frac{U_0-0}{\dfrac{R_2\dfrac{1}{j\omega C}}{R_2+\dfrac{1}{j\omega C}}} \Rightarrow \frac{-U_i}{R_1} = \frac{U_0}{\dfrac{R_2}{1+j\omega CR_2}} \Rightarrow \frac{U_0}{U_i} = -\frac{\dfrac{R_2}{R_1}}{1+j\omega CR_2} \Rightarrow \left|\frac{U_0}{U_i}\right| = \frac{\dfrac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+(\omega CR_2)^2}} \text{ και}$$

φ=180-τοξεφ(ωCR_2)

Αν ω=0 τότε $\left|\dfrac{U_0}{U_i}\right|_{max} = \dfrac{R_2}{R_1}$. Αν $\omega=\infty$ τότε $\dfrac{U_0}{U_i}=0$

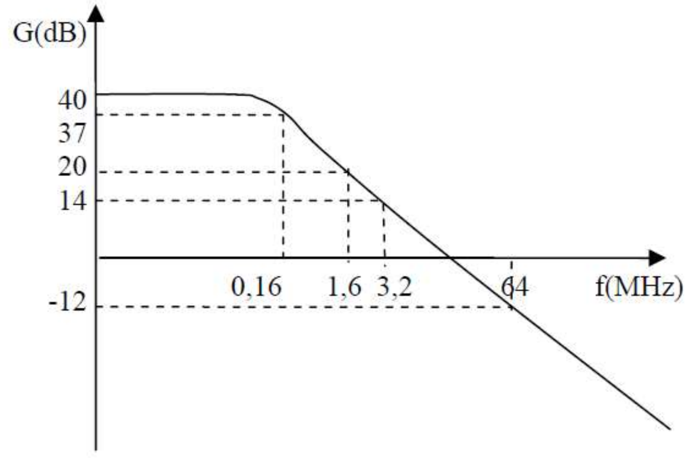
Βαθυπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής:

$$\frac{\dfrac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+(\omega_C CR_2)^2}} = \frac{\dfrac{R_2}{R_1}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \omega_C CR_2 = 1 \Rightarrow \omega_C = \frac{1}{CR_2} \Rightarrow f_C = \frac{1}{2\pi CR_2}.$$

Οι σχέσεις για το μέτρο και τη φάση της συνάρτησης μεταφοράς γράφονται

$$\left|\frac{U_0}{U_i}\right| = \frac{\dfrac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2}} = \frac{\dfrac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+\left(\dfrac{f}{f_C}\right)^2}} \text{ και } \varphi = 180-\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right) = 180-\arctan\left(\frac{f}{f_C}\right)$$

Επομένως $20\log\frac{R_2}{R_1}=40 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1}=100 \Rightarrow R_2=10K\Omega$ και $\frac{1}{2\pi C R_2}=f_C \Rightarrow C=\frac{1}{2\pi 10^4\cdot 16\cdot 10^4} \Rightarrow C=100pF$



Ερώτημα Β (Β.Α. 5)

(i) f=160KHz. Το κέρδος είναι 37dB=71. Το σήμα εξόδου είναι ημίτονο, έχει πλάτος 71mV και καθυστέρηση φάσης

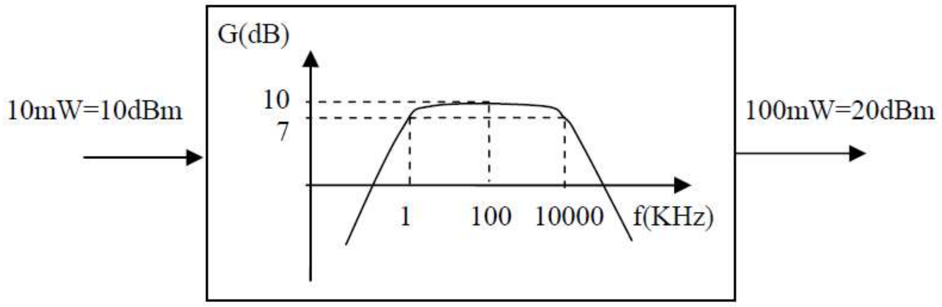
$\varphi=180-45^{0}=135^{0}$

(ii) f=3200KHz. Το κέρδος θα είναι $\left|\frac{U_0}{U_i}\right|=\frac{100}{\sqrt{1+\left(\frac{3200}{160}\right)^2}}=\frac{100}{20}=5$. Το σήμα εξόδου θα έχει τιμή από κορυφή σε κορυφή 5V και θα ολοκληρωθεί, δηλαδή θα γίνει τριγωνικός παλμός.

Ερώτημα Γ (Β.Α. 10)

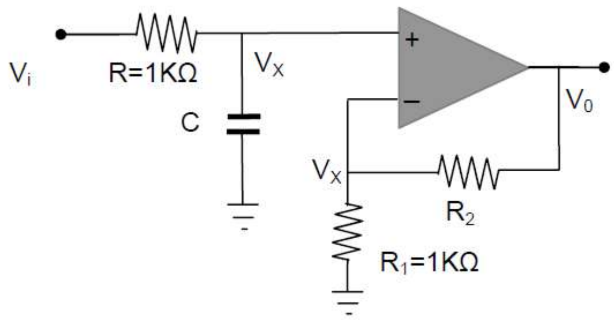
(i) Η συχνότητα αποκοπής του βαθυπερατού είναι υψηλότερη (10MHz) από τη συχνότητα αποκοπής του υψιπερατού (1KHz), αφού λειτουργεί ως ζωνοπερατό φίλτρο.

(i) Τα 100KHz είναι η συχνότητα συντονισμού $10^5=\sqrt{10^3\cdot 10^7}$. Σε αυτή τη συχνότητα το κέρδος είναι 10dB=10 γιατί το μέγιστο κέρδος του ζωνοπερατού είναι 10dB. Το σήμα εξόδου είναι 100mW=20dBm



ΑΣΚΗΣΗ 4

Για το κύκλωμα του σχήματος
Α) Να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς (Β.Α.5)
Β) Να βρεθούν οι τιμές των C και R_2 έτσι ώστε το μέγιστο κέρδος να είναι 20 dB και η συχνότητα αποκοπής 1,6KHz. (Β.Α.5)
Γ) Να σχεδιαστεί το διάγραμμα του κέρδους σε dB συναρτήσει της συχνότητας (Β.Α.5)
Δ) Σε ποια συχνότητα η τάση του σήματος διπλασιάζεται; Πόσα dB είναι το κέρδος σε αυτή τη συχνότητα; (Β.Α.5)



Α) $$\left.\begin{array}{l}\dfrac{V_X}{V_i}=\dfrac{\dfrac{1}{j\omega C}}{R+\dfrac{1}{j\omega C}}=\dfrac{1}{1+j\omega RC}\\ \dfrac{V_X}{V_0}=\dfrac{R_1}{R_1+R_2}\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{V_0}{V_i}=\frac{\dfrac{R_1+R_2}{R_1}}{1+j\omega RC}$$

Β) $\left|\dfrac{V_0}{V_i}\right|=\dfrac{1+\dfrac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$ Αν $\omega\to 0\Rightarrow\left|\dfrac{V_0}{V_i}\right|=1+\dfrac{R_2}{R_1}$,

Αν $\omega\to\infty\Rightarrow\left|\dfrac{V_0}{V_i}\right|=0$. Το φίλτρο είναι βαθυπερατό με μέγιστο κέρδος $\left|\dfrac{V_0}{V_i}\right|_{max}=1+\dfrac{R_2}{R_1}$. Πρέπει

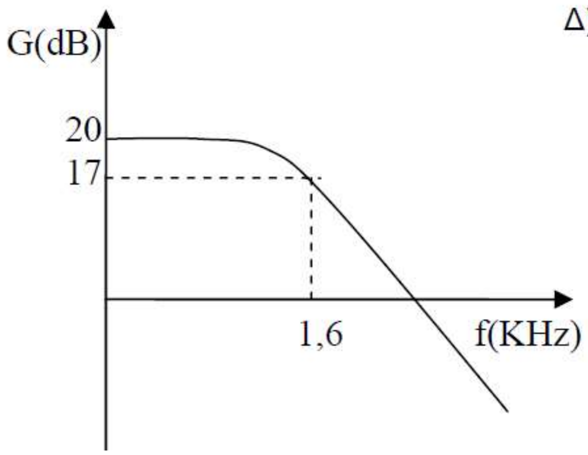
$20\cdot\log\left(1+\dfrac{R_2}{R_1}\right)=20\Rightarrow 1+\dfrac{R_2}{R_1}=10\Rightarrow\dfrac{R_2}{R_1}=9\Rightarrow R_2=9K\Omega$. Άρα το κέρδος είναι $\left|\dfrac{V_0}{V_i}\right|=\dfrac{10}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$

Η συχνότητα αποκοπής βρίσκεται από τη σχέση $\dfrac{10}{\sqrt{1+(\omega_C RC)^2}}=\dfrac{10}{\sqrt{2}}\Rightarrow\omega_C=\dfrac{1}{RC}\Rightarrow f_C=\dfrac{1}{2\pi RC}$

Αντικαθιστώντας την τελευταία στο κέρδος προκύπτει: $\left|\dfrac{V_0}{V_i}\right|=\dfrac{10}{\sqrt{1+\left(\dfrac{f}{f_C}\right)^2}}$. Πρέπει

$$\frac{1}{2\pi 10^3 C}=1{,}6\cdot 10^3\Rightarrow C=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot 1{,}6\cdot 10^6}\Rightarrow C=100nF$$

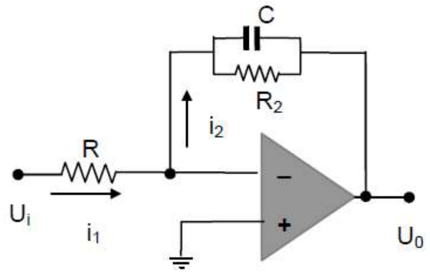
Γ)



Δ) $$2=\frac{10}{\sqrt{1+\left(\dfrac{f}{1{,}6}\right)^2}}\Rightarrow$$

$$1+\left(\frac{f}{1{,}6}\right)^2=25\Rightarrow\frac{f}{1{,}6}\approx 5\Rightarrow f\approx 8KHz$$

ΑΣΚΗΣΗ 5



Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος (αριστερά). Ο τελεστικός ενισχυτής θεωρείται ιδανικός. Δίνονται R=1KΩ και R_2=10KΩ και c=1μF

Ζητούμενα:

α) Η συνάρτηση μεταφοράς (B.A.10).

β) Το κέρδος τάσης συναρτήσει της συχνότητας ω (B.A.10).

γ) Να σχεδιαστεί το διάγραμμα κέρδους σε dB (διάγραμμα Bode) συναρτήσει της συχνότητας ω. (B.A.10)

δ) Το κέρδος τάσης του κυκλώματος για τις ακόλουθες 5 συχνότητες $\omega_x=10^x$ rad/sec, όπου x=0,1,2,3,4. (B.A.5)

ε) Να βρεθεί η συχνότητα μεταβάσεως ω_T. (B.A.5)

Λύση:

α) Ιδανικός τελεστικός ενισχυτής: $U_+=U_-$ και $i_+=i_-=0$. Επομένως

$$i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{U_1-0}{R} = \frac{0-U_0}{Z} \Rightarrow \frac{U_0}{U_i} = -\frac{Z}{R}$$

όπου

$$Z = \frac{\frac{1}{j\omega C}R_2}{\frac{1}{j\omega C}+R_2} = \frac{R_2}{1+j\omega R_2 C}\text{, οπότε } \frac{U_0}{U_i} = -\frac{\frac{R_2}{R}}{1+j\omega R_2 C}$$

β) Το μέτρο της συνάρτησης μεταφοράς και επομένως το κέρδος, είναι $\left|\frac{U_0}{U_i}\right| = \frac{\frac{R_2}{R}}{\sqrt{1+(\omega R_2 C)^2}}$

Αντικαθιστώντας τις τιμές προκύπτει $\left|\frac{U_0}{U_i}\right| = \frac{10}{\sqrt{1+\left(\omega\cdot 10^4\cdot 10^{-6}\right)^2}} = \frac{10}{\sqrt{1+\left(\omega\cdot 10^{-2}\right)^2}}$

Άρα $G = \frac{10}{\sqrt{1+\omega^2\cdot 10^{-4}}}$

γ) Το κέρδος γίνεται μέγιστο όταν ω=0 και αυτό είναι $G_{max} = \frac{R_2}{R} = 10 = 20\text{dB}$

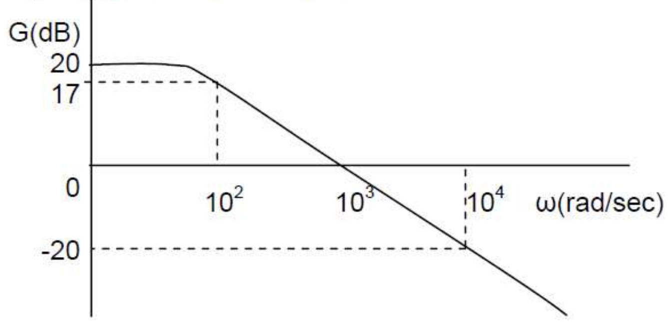
Η συχνότητα αποκοπής ω_c είναι η συχνότητα όπου $G = \frac{10}{\sqrt{2}}$ και επομένως

$$\frac{10}{\sqrt{2}}=\frac{10}{\sqrt{1+\omega_c{}^2\cdot 10^{-4}}}\Rightarrow \omega_c{}^2\cdot 10^{-4}=1\Rightarrow \omega_c{}^2=10^4\Rightarrow \omega_c=10^2 rad/sec\ .$$

Η γραφική παράσταση του κέρδους τέμνει τον άξονα ω όταν

$$G=0dB\Rightarrow G=1\Rightarrow \frac{10}{\sqrt{1+\omega^2\cdot 10^{-4}}}=1\Rightarrow 1+\omega^2\cdot 10^{-4}=100\Rightarrow \omega^2\cdot 10^{-4}\approx 100\Rightarrow \omega^2=10^6\Rightarrow \omega=10^3 rad/sec$$

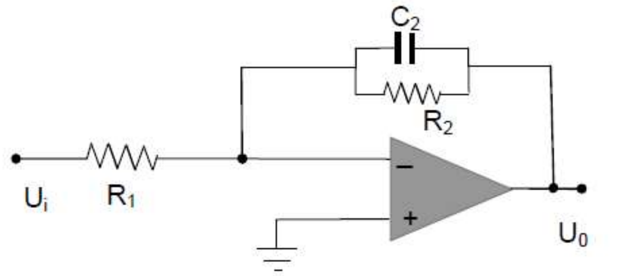
και η κλίση είναι -20dB/δεκάδα.



δ) Για ω_0=1 rad/sec $G_o = G_{max}$ =20dB
Για ω_1=10 rad/sec $G_1 = G_{max}$ =20dB
Για $\omega_2=\omega_c$=100 rad/sec $G_{\omega c}$ =17dB
Για ω_3=1000 rad/sec G_3 =0dB
Για ω_4=10000 rad/sec G_4 =-20dB

ε) Η συχνότητα μετάβασης είναι $\omega_T=G_{max}\cdot\omega_c\Rightarrow\omega_T=10\cdot 100 rad/sec\Rightarrow\omega_T=1000 rad/sec$

ΑΣΚΗΣΗ 6



Α) Για το κύκλωμα του σχήματος, δεδομένου ότι R1=100Ω, να βρεθούν οι τιμές της R2 και του C2 έτσι ώστε το μέγιστο κέρδος να είναι 40dB και η συχνότητα αποκοπής 10 KHz. Ο τελεστικός ενισχυτής θεωρείται ιδανικός.

Ενδεικτική Λύση:

$$\left.\begin{array}{l} i_1 = i_2 \Rightarrow \dfrac{V_- - V_i}{R_1} = \dfrac{V_0 - V_-}{Z_2} \\ Z_2 = \dfrac{R_2 \cdot \dfrac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \dfrac{1}{j\omega C_2}} = \dfrac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2} \\ V_- = V_+ = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{-V_i}{R_1} = \frac{V_0}{R_2}\cdot(1 + j\omega R_2 C_2) \Rightarrow \frac{V_0}{V_i} = -\frac{\dfrac{R_2}{R_1}}{1 + j\omega R_2 C_2},\ G = \frac{\dfrac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1 + (\omega R_2 C_2)^2}}$$

Για ω=0 $\Rightarrow G = G_{max} = \dfrac{R_2}{R_1} \Rightarrow 20\log\dfrac{R_2}{R_1} = 40 \Rightarrow \dfrac{R_2}{R_1} = 100 \Rightarrow R_2 = 100R_1 \Rightarrow R_2 = 10K\Omega$

Για ω=∞ $\Rightarrow G = 0$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Για } \omega=\omega_C \Rightarrow \dfrac{\dfrac{R_2}{R_1}}{\sqrt{1+(\omega_C R_2 C_2)^2}} = \dfrac{R_2/R_1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \quad 2 \quad = 1 + (\omega_C R_2 C_2)^2 \\ \omega_C = 2\pi f_C = 20000\pi = 62800 \end{array}\right\} \Rightarrow R_2 C_2 \approx \frac{1}{62800} \Rightarrow C_2 = \ 1{,}59\text{nF}$$

Β) Δύο πανομοιότητα κυκλώματα όπως αυτό του σχήματος συνδέονται σε σειρά και στην έξοδο λαμβάνεται σήμα συχνότητας 10KHz, ισχύος 10 mW. Να βρεθεί το σήμα εισόδου σε dBm.

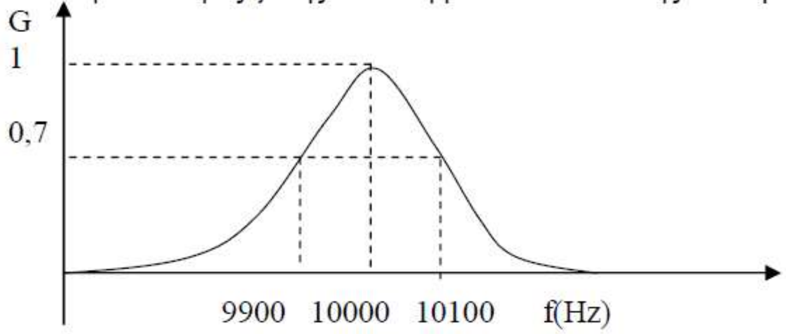
Ενδεικτική λύση:

Στη συχνότητα αποκοπής 10KHz, $G = \dfrac{100}{\sqrt{2}} \approx 71$ ή G=40-3=37dB

Τα δύο συστήματα σε σειρά έχουν κέρδος 74dB. Η ισχύς του σήματος εξόδου είναι 10mW=10dBm. Άρα, το σήμα εισόδου είναι -64dBm

ΑΣΚΗΣΗ 7

Να σχεδιαστεί η απόκριση συχνότητας ενός ζωνοπερατού παθητικού φίλτρου, με κεντρική συχνότητα 10 KHz και κλασματικό εύρος ζώνης 2%. Να βρεθεί ο συντελεστής ποιότητας.



$$\frac{2}{100} = \frac{BW}{f_C} \Rightarrow BW = 200Hz$$

$$Q = \frac{f_C}{BW} = 50$$