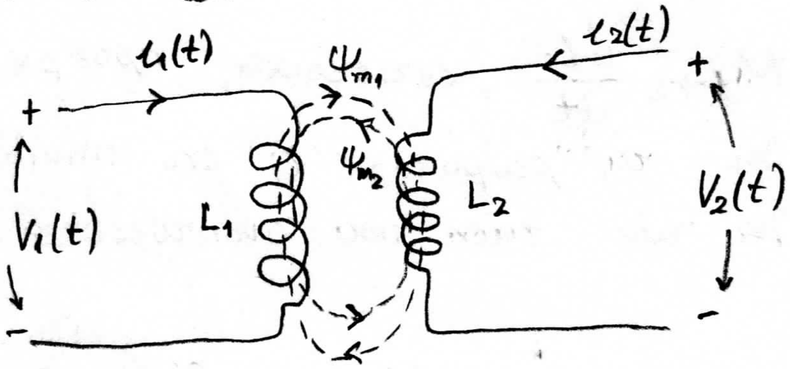
1) Στοιχείο Αμοιβαίας Επαγωγής

(Μαγνητικά συζευγμένα πηνία)

- Έστω ότι έχουμε δύο πηνία που βρίσκονται "κοντά" το ένα στο άλλο.



Είναι δυνατόν γραμμές μαγνητικής ροής που παράγεται στο πηνίο L_1 να διέρχονται δια των σπειρών του πηνίου L_2, και αντίστροφα. Λέμε τότε ότι τα πηνία L_1 και L_2 είναι σε "μαγνητική σύζευξη"

Οι τάσεις $V_1(t)$ και $V_2(t)$ θα γράφονται:

$$V_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} \pm M_{2\to1} \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$V_2(t) = \pm M_{1\to2} \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 \frac{di_2(t)}{dt}$$

όπου: - οι τάσεις $L_1 \frac{di_1}{dt}$ και $L_2 \frac{di_2}{dt}$ είναι οι γνωστές τάσεις λόγω αυτεπαγωγής οι τάσεις $\pm M_{2\to1}\frac{di_2}{dt}$ και $\pm M_{1\to2}\frac{di_1}{dt}$ οφείλονται στην μαγνητική σύζευξη των δύο πηνίων και συγκεκριμένα:

- ο όρος $\pm M_{2\to1}\frac{di_2}{dt}$ είναι η τάση που αναπτύσσεται στο πηνίο L_1 λόγω μεταβολής του ρεύματος i_2 (άρα και της μαγνητικής ροής) στο πηνίο L_2
- ο όρος $\pm M_{1\to2}\frac{di_1}{dt}$, αντίστοιχα, προέρχεται από μεταβολή του ρεύματος i_1 στο πηνίο L_1 και εκφράζει την τάση που αναπτύσσεται στο πηνίο L_2

Οι συντελεστές $M_{2\to1}$ και $M_{1\to2}$ λέγονται "συντελεστές αμοιβαίας επαγωγής" και έχουν φυσικές διαστάσεις [Henry], όπως το L

- Τι σημαίνει το ($\pm$) μπροστά από τους όρους αυτούς;

Απάντηση:

Ανάλογα με τις φορές των ρευμάτων, αλλά και τις φορές περιέλιξης των πηνίων, είναι δυνατόν οι κατευθύνσεις των 2 μαγνητικών ροών σε κάθε πηνίο, δηλαδή:
- της μαγνητικής ροής που παράγεται από το ρεύμα του ίδιου του πηνίου
- της μαγνητικής ροής που παράγεται από το ρεύμα του άλλου πηνίου

είναι δυνατόν λοιπόν, οι δύο αυτές ροές να έχουν ίδιες ή αντίθετες κατευθύνσεις

(Βλ. "Ηλεκτρομαγνητισμός και Εφαρμογές" Α. Μαγουλάς σελ 126–128)

Όταν οι δύο ροές έχουν την ίδια κατεύθυνση οι όροι $L_1 \frac{di_1}{dt}$ και $M_{2\to 1} \frac{di_2}{dt}$ (αντίστοιχα οι όροι $L_2 \frac{di_2}{dt}$ και $M_{1\to 2} \frac{di_1}{dt}$) είναι <u>ομόσημοι</u>

Αποδεικνύεται ότι $M_{2\to 1} = M_{1\to 2}$ (δεν θα αναφερθεί εδώ η απόδειξη) και γι' αυτό θα γράφουμε

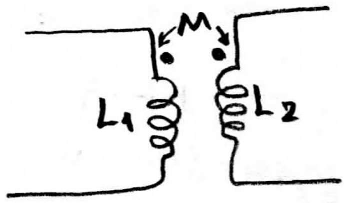
$$M_{2\to 1} = M_{1\to 2} = M$$

M: συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής

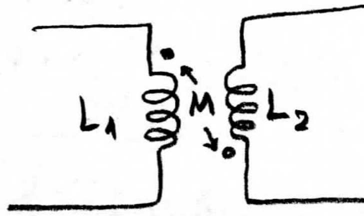
Σχετικά με το πρόσημο του M (+) ή (−):

Επειδή η θεωρία κυκλωμάτων <u>δεν εισέρχεται</u> σε θέματα όπως η διεύθυνση-φορά μαγνητικής ροής (είναι θέμα Η/Μ πεδίων) έχει καθιερωθεί στην Βιβλιογραφία η σύμβαση με τις "τελείες". Δηλαδή:

- Σε ένα ζεύγος μαγνητικά συζευγμένων πηνίων τοποθετείται από μια τελεία στο ένα άκρο καθε πηνίου. (Βλ σχήμα)



ή

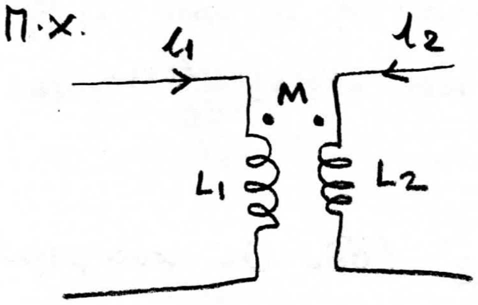


(κ.λ.π.)

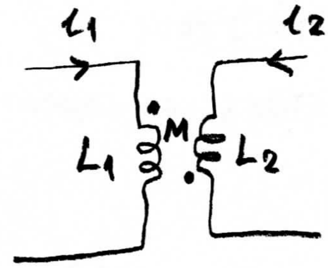
Η θέση των τελειών θεωρείται εκ των προτέρων γνωστή πάντοτε.

- Με γνώση την θέση των τελειών τοποθετούμε τα ρεύματα των πηνίων με αυθαίρετες φορές αναφοράς (όπως πάντα!)

Π.χ.



ή



και βέβαια υπάρχουν και άλλοι συνδυασμοί

Ο κανόνας που ισχύει είναι ο ακόλουθος:

- Αν τα ρεύματα i_1 και i_2 προσέρχονται πρός τις τελείες, <u>και τα δύο</u>, ή απέρχονται από τις τελείες, <u>και τα δύο</u> τότε ο όρος $M\frac{di_k}{dt}$ $(k=1$ ή $2)$ <u>έχει το ίδιο πρόσημο</u> με τον όρο $L_k\frac{di_k}{dt}$

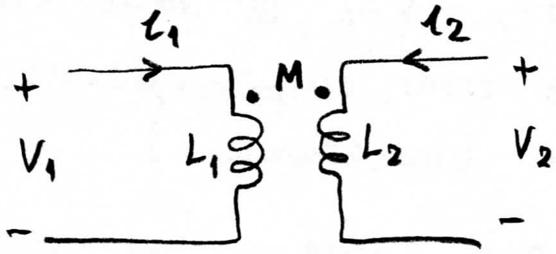
- Αν ισχύει το αντίθετο δηλ. ένα ρεύμα προσέρχεται και ένα απέρχεται τότε οι ανωτέρω όροι έχουν αντίθετα πρόσημα

- Χρειάζεται <u>προσοχή</u> εδώ στις φορές αναφοράς $V-i$ σε κάθε πηνίο

<u>Ακολουθούν παραδείγματα</u>

Παράδειγμα 1

-Να γραφούν οι εκφράσεις που δίνουν τις τάσεις V_1, V_2



(συσχετισμένες φ.α V-i και στα δύο πηνία)

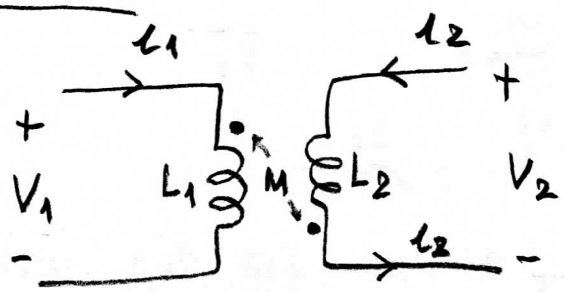
Απ/

$$V_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

διότι τα ρεύματα i_1, i_2 προσέρχονται και τα δύο στις τελείες

Παράδειγμα 2



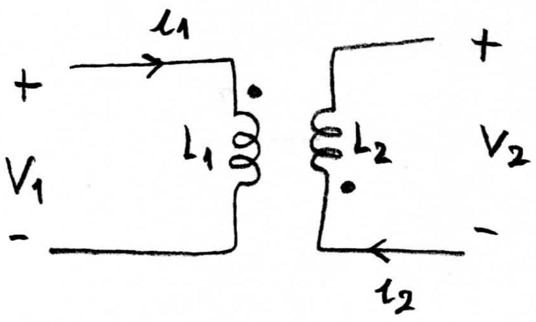
(συσχετισμένες φ.α. V-i και στα δύο πηνία)

$$V_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

διότι το i_1 προσέρχεται το i_2 απέρχεται

$$V_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

Παράδειγμα 3



(Προσοχή! το πηνίο L_2 έχει μη συσχετισμένες φ.α !!!)

εδώ έχουμε:

$$V_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$V_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

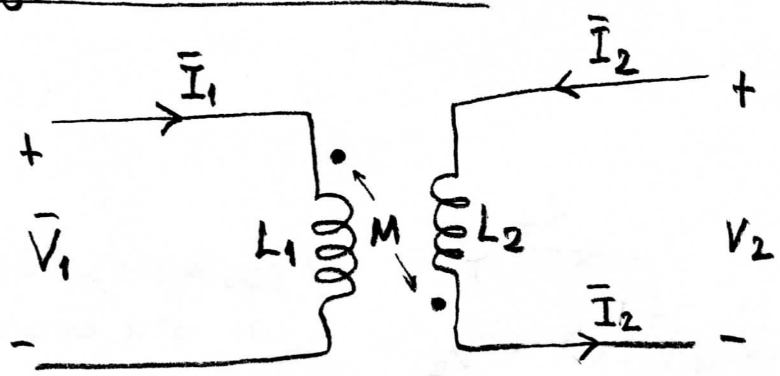
(γιατί ?)

Βλέπουμε λοιπόν ότι για το πρόσημο του M έχουν σημασία 2 πράγματα:

- Οι φορές αναφοράς V-i σε κάθε πηνίο (συνήθως θα είναι συσχετισμένες, χωρίς όμως αυτό να είναι υποχρεωτικό!)

- Οι κατευθύνσεις των ρευμάτων σε σχέση με τις τελείες (που πάντα θα δίδεται η θέση τους)

4. Παράδειγμα στην Η.Μ.Κ.



- έχω συσχετισμένες φ.α. και στα δύο πηνία
- το ρεύμα $\bar{I}_1$ προσέρχεται σε τελεία ενώ το ρεύμα $\bar{I}_2$ απέρχεται από τελεία

άρα

$$\bar{V}_1 = j\omega L_1 \bar{I}_1 - j\omega M \bar{I}_2$$

$$\bar{V}_2 = j\omega L_2 \bar{I}_2 - j\omega M \bar{I}_1$$

Στην διάταξη συζευγμένων πηνίων ορίζουμε τον λεγόμενο <u>συντελεστή συζεύξεως k</u> όπου

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (\text{αδιάστατος})$$

ισχύει: $0 \leq k \leq 1$

και όσο το k πλησιάζει την μονάδα τόσο "ισχυρότερη" σύζευξη υπάρχει μεταξύ των 2 πηνίων

Αναφέρουμε ότι η πολύ σπουδαία πρακτική εφαρμογή των συζευγμένων πηνίων είναι βέβαια ο Μετασχηματιστής