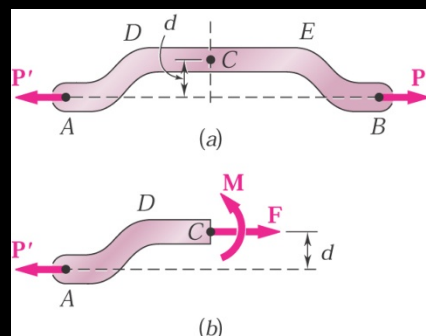
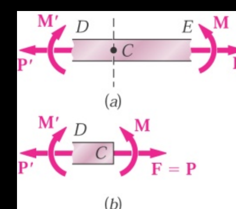
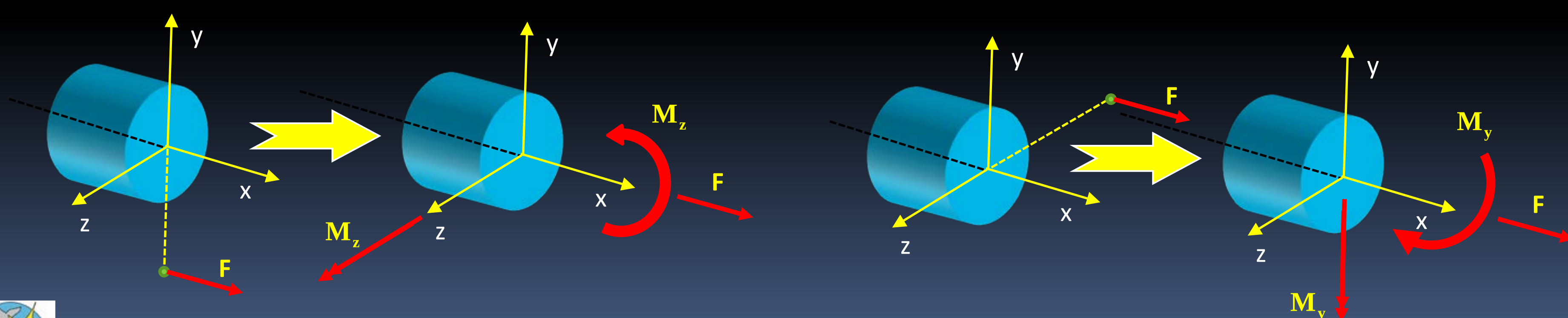
Εκκεντρη φόρτιση

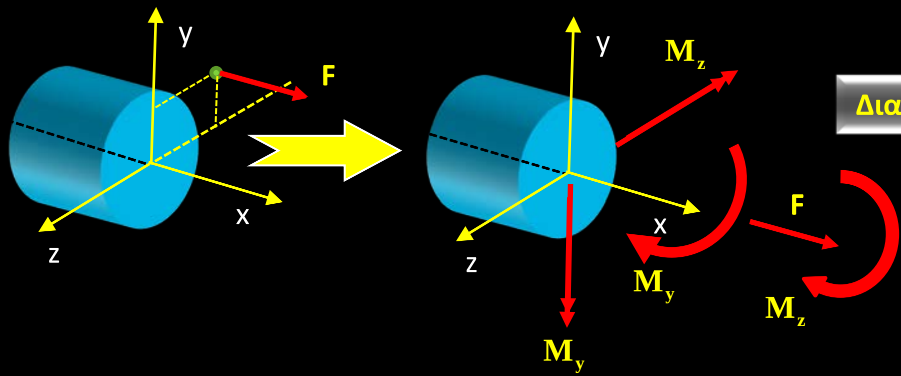
Η αξονική φόρτιση διέρχεται του κ.β (κεντρική φόρτιση) → ομοιόμορφη κατάνονη τάσεων στη διατομή

Η αξονική φόρτιση δεν διέρχεται του κ.β (εκκεντρη φόρτιση) → μη ομοιόμορφη κατανομή

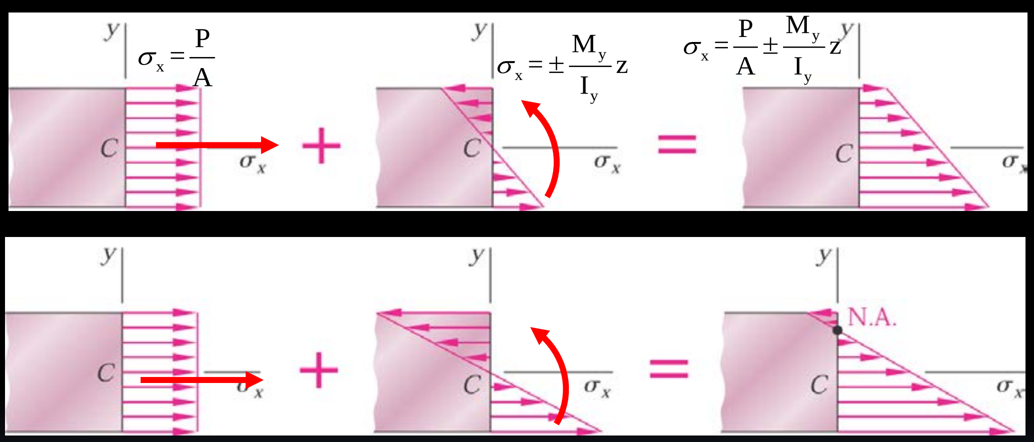




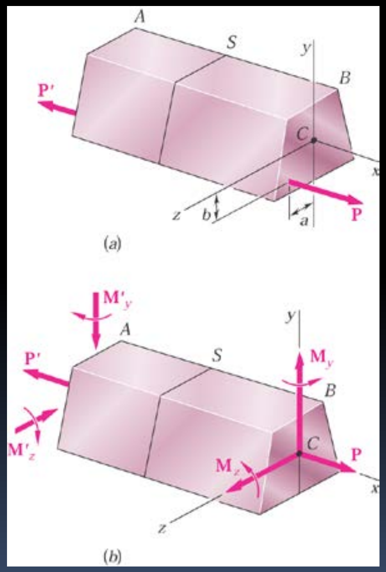




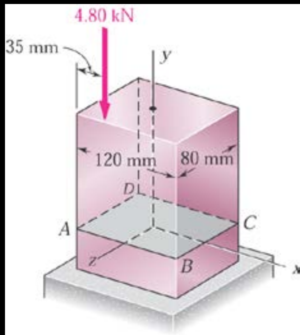
Διαξονική κάμψη με αξονική δύναμη

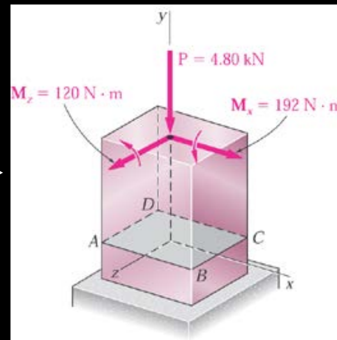


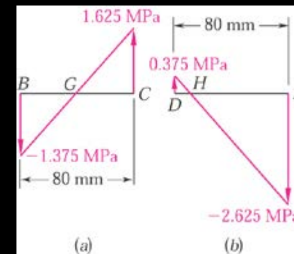
Ανάπτυξη μη συμμετρικής κάμψης υπό αξονική δύναμη

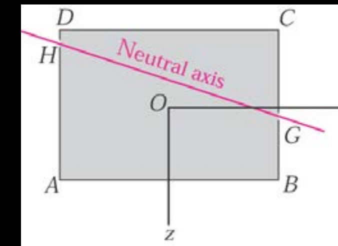


$$\boxed{\sigma_x = \frac{P}{A} \pm \frac{M_y}{I_y} z \pm \frac{M_z}{I_z} y}$$







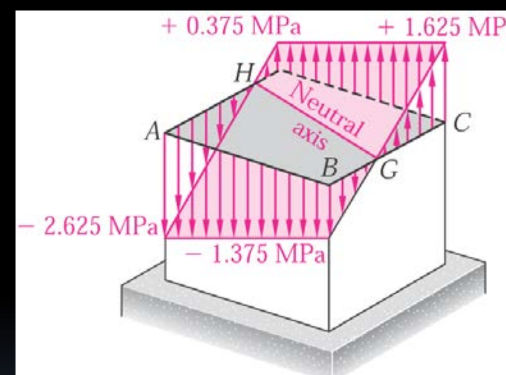


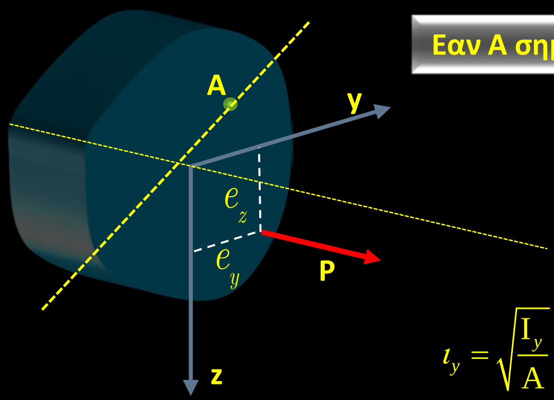
Συνοψίζοντας

Ο Ο.Α μιας διατομής σε απλή κάμψη διέρχεται πάντοτε του κ.β και ταυτίζεται με τη διεύθυνση του διανύσματος της ροπής

Ο Ο.Α μιας διατομής σε διαξονική κάμψη διέρχεται πάντοτε του κ.β αλλά δεν ταυτίζεται ούτε με τη διεύθυνση του διανύσματος της ροπής ούτε με κύριο κ.β άξονα

Ο Ο.Α μιας διατομής σε έκκεντρη φόρτιση δεν διέρχεται του κ.β και δεν ταυτίζεται ούτε με τη διεύθυνση του διανύσματος της ροπής ούτε με κύριο κ.β άξονα





Εαν Α σημείο του Ο.Α

$$\sigma_x = \frac{P}{A} + \frac{M_y}{I_y} z + \frac{M_z}{I_z} y = 0$$

$$M_y = P e_z \qquad M_z = P e_y$$

$$0 = \frac{P}{A} + \frac{P e_z}{I_y} z + \frac{P e_y}{I_z} y$$

$$\iota_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \qquad \iota_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}}$$

Ακτίνες αδρανείας

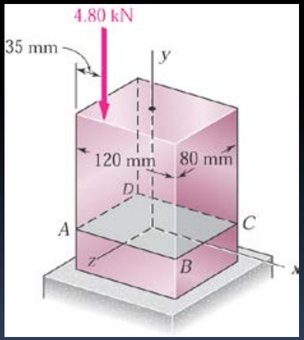
$$0 = \frac{P}{A} + \frac{P e_z}{\iota_y^2 A} z + \frac{P e_y}{\iota_z^2 A} y$$

$$\boxed{0 = 1 + \frac{e_z}{\iota_y^2} z + \frac{e_y}{\iota_z^2} y}$$

Εξίσωση Ο.Α

Εξαρτάται από τη γεωμετρία της διατομής και τη θέση επιβολής του φορτίου (όχι από τη τιμή του)

Αναλυτική εύρεση θέσης Ο.Α



$$\boxed{0 = 1 + \frac{e_z}{\iota_y^2} z + \frac{e_y}{\iota_z^2} y}$$

$$A = 120x80 = 9600 mm^2$$

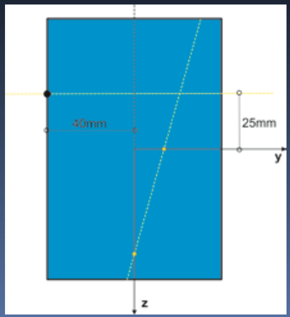
$$e_z = -25mm \quad I_y = \frac{120^3 x80}{12} = 11.52x10^6 mm^4 \quad \iota_y^2 = \frac{I_y}{A} = 1200 mm^2$$

$$e_y = -40mm \quad I_z = \frac{120x80^3}{12} = 5.12x10^6 mm^4 \quad \iota_z^2 = \frac{I_z}{A} = 533.33 mm^2$$

$$1 + \frac{-25}{1200} z + \frac{-40}{533.33} y = 0$$

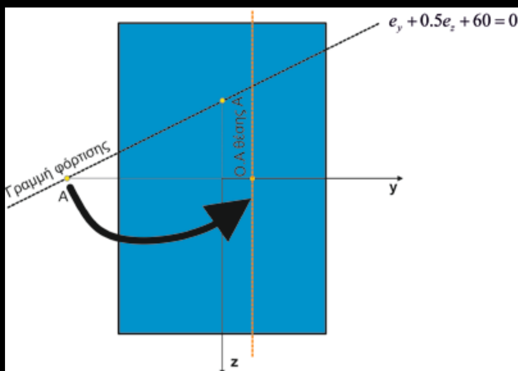
$$z = 0 \rightarrow y = 13.33mm$$

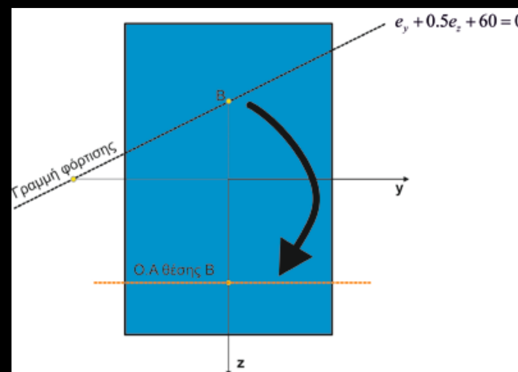
$$y=0 \rightarrow z=48.076mm$$

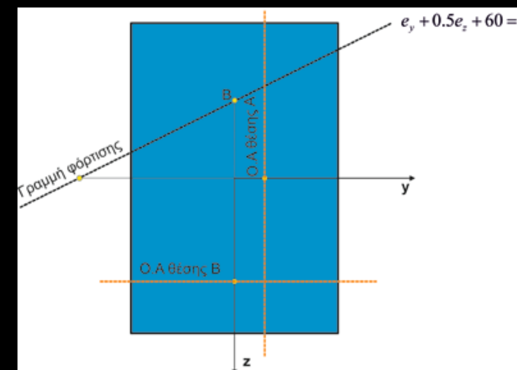


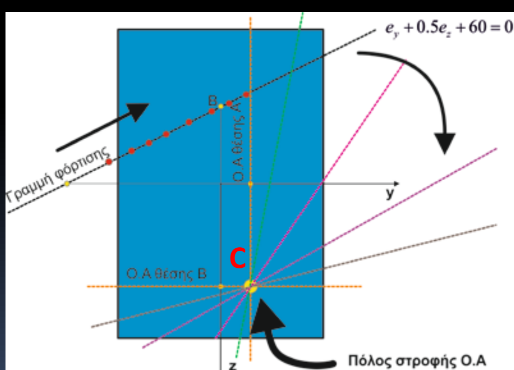
ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΟΥΔΕΤΕΡΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ

Η ουδετέρα γραμμή χωρίζει εξ ορισμού την διατομή σε δύο περιοχές με ετερόσημες τάσεις. Η περιοχή στην οποία εφαρμόζεται η P έχει τάση με το ίδιο πρόσημο όπως η P









Το κέντρο βάρους της διατομής βρίσκεται μεταξύ του σημείου εφαρμογής της δύναμης και του ουδέτερου άξονα

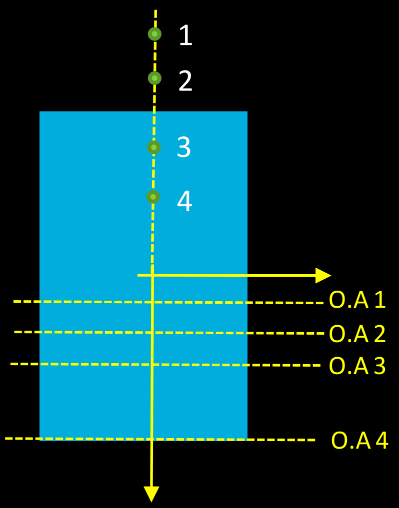
Σημείο C: Μηδενική τάση για κάθε θέση του φορτίου επί της AB

Εάν AB γ.τ σημείων εφαρμογής φορτίου, C είναι το σημείο περιξ του οποίου στρέφονται οι αντίστοχοι Ο.Α

Αντίστροφα: Εάν C το σημείο εφαρμογής της P, AB είναι η ουδέτερη γραμμή

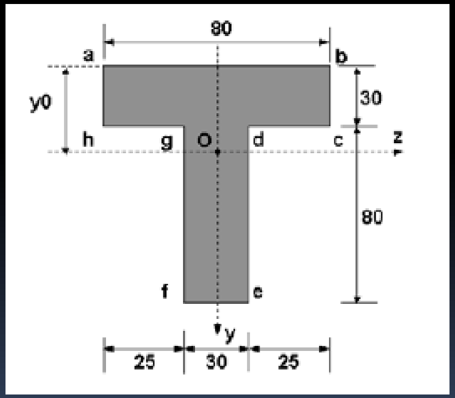
Εργαστήριο Εφηρμ. Μηχανικής
Χ.Β. Κανδύλας
Εφηρμοσμένη Μηχανική ΙΙ
Revision 2011

Οταν η δύναμη πλησιάζει το κέντρο βάρους της διατομής η ουδετέρα γραμμή απομακρύνεται και από ένα σημείο και έπειτα είναι εκτός διατομής



Υπάρχει περιοχή γύρω από το κ.β όπου εφαρμογή του φορτίου δημιουργεί τάσεις επί της διατομής παντού ομόσημες του φορτίου

Πυρήνας διατομής

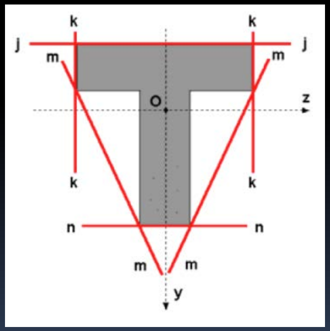


$A = 4800\ cm^2$ $\quad I_y = 1{,}46 \times 10^6\ cm^4$

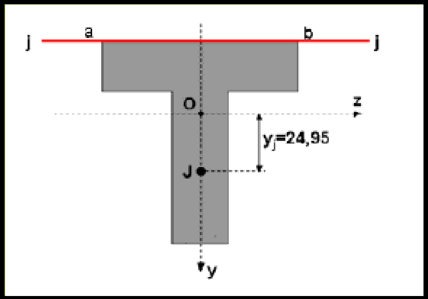
$I_z = 5{,}09 \times 10^6\ cm^4$

$y0 = 42{,}5\ \ cm$

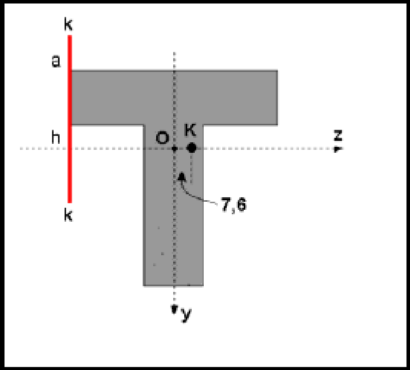
Κατασκευάζουμε το περίγραμμα της διατομής



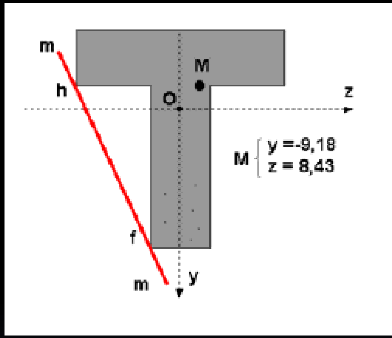
Θεωρώντας κάθε πλευρά του περιγράμματος ως οριακή θέση του Ο.Α βρίσκουμε τις αντίστοιχες θέσεις επιβολής του φορτίου οι οποίες αντιστοιχούν με τις κορυφές του πυρήνα



$$e_z = 0$$
$$y = -42{,}5\ cm$$
$$A = 4800\ cm^2$$
$$I_y = 1{,}46x10^6\ cm^4$$
$$I_z = 5{,}09x10^6\ cm^4$$
$$1 + \frac{Ae_y}{I_z} y = 0 \quad \rightarrow \quad e_y = -\frac{I_z}{Ay} = 24{,}95\ cm$$



$$e_z = 0$$
$$z = -40\ cm$$
$$A = 4800\ cm^2$$
$$I_y = 1{,}46x10^6\ cm^4$$
$$I_z = 5{,}09x10^6\ cm^4$$
$$1 + \frac{Ae_z}{I_y} z = 0 \quad \rightarrow \quad e_z = -\frac{I_y}{Az} = 7{,}6\ cm$$



$$1 + \frac{Ae_z}{I_y} z + \frac{Ae_y}{I_z} y = 0$$

$$h \rightarrow \begin{cases} y_h = -12{,}5 \\ z_h = -40 \end{cases} \rightarrow \quad 1 + \frac{4800 e_z}{1460000}(-40) + \frac{4800 e_y}{5090000}(-12{,}5) = 0$$

$$f \rightarrow \begin{cases} y_f = 67{,}5 \\ z_f = -15 \end{cases} \rightarrow \quad 1 + \frac{4800 e_z}{1460000}(-15) + \frac{4800 e_y}{5090000}(67{,}5) = 0$$

και από τη λύση του συστήματος έχουμε:

$$e_y = -9{,}18\ cm$$
$$e_z = \ 9{,}43\ cm$$