Δ.Ε. Χωριζομένων μεταβλητών

Ορισμός: Η Δ.Ε. της μορφής

$$y' = Q(y) \cdot P(x)$$

λέγεται χωριζομένων μεταβλητών

Λύση

$$y' = Q(y) \cdot P(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = Q(y)\, P(x)$$

$$\frac{dy}{Q(y)} = P(x)\, dx, \quad \boxed{Q(y) \neq 0}$$

$$\boxed{\int \frac{1}{Q(y)}\, dy = \int P(x)\, dx + C}$$

λύση της Δ.Ε.

Π.χ. 1. $y' = y^4 x$

$$\frac{dy}{dx} = y^4 x$$

$$\frac{dy}{y^4} = x\,dx \quad , \boxed{y \neq 0}$$

$$\int \frac{1}{y^4}\,dy = \int x\,dx + c$$

$$\frac{y^{-3}}{-3} = \frac{x^2}{2} + c$$

$$y^{-3} = -\frac{3}{2}x^2 - 3c$$

$$\frac{1}{y^3} = -\frac{3}{2}x^2 + c_1$$

$$y^3 = \frac{1}{-\frac{3}{2}x^2 + c_1}$$

$$\boxed{y = \sqrt[3]{\frac{1}{-\frac{3}{2}x^2 + c_1}}}$$

γενική λύση της Δ.Ε.

Παρατηρούμε ότι $\boxed{y=0}$ είναι και αυτή λύση της Δ.Ε.

2. $y' = e^{x-y}$

$$\frac{dy}{dx} = e^{x} \cdot e^{-y}$$

$$\frac{dy}{e^{-y}} = e^{x}\,dx$$

$$\int e^{y}\,dy = \int e^{x}\,dx + C$$

$$e^{y} = e^{x} + C$$

$$\boxed{y = \ln(e^{x} + c)}$$

γενική λύση